EL CÁLCULO DE LA RENTABILIDAD: MEDIAS Y TASAS DE VARIACIÓN

Ensayos y Notas 9/2020

José M. Domínguez Martínez
Director del Proyecto de educación financiera Edufinet

Resumen

En esta nota se aborda la utilización de indicadores básicos para el cálculo de la rentabilidad derivada de la inversión en activos financieros en el conjunto de un período. A tal efecto se ilustra la diferencia entre la media aritmética, la media geométrica, y la tasa anual de crecimiento compuesto.

Palabras clave: Media aritmética, Media geométrica, Rentabilidad.

Códigos JEL: G53.

En una entrada reciente de un blog personal se planteaba la siguiente cuestión[1]:

"*Olga compró 1.000 acciones de la sociedad X el día 30 de junio de 2018, por un importe unitario de 10 euros. Al término de los primeros 12 meses de tenencia de los títulos (30-6-2019), el precio de éstos había aumentado un 100%; al finalizar los 12 meses siguientes (30-6-2020), dicho precio había registrado una caída del 50%.*

¿Cuál es la tasa media anual de rentabilidad obtenida en el conjunto de los 24 meses en los que Olga ha mantenido su inversión en las referidas acciones?

¿Es correcto hacer el siguiente cálculo, tomando la media aritmética de las dos tasas observadas: (100% – 50%)/2 = 50%/2 = 25%?".

Aun cuando se trata de una cuestión bastante elemental, aunque en modo alguno trivial en cuanto a su significado, puede ser interesante efectuar algunas consideraciones al respecto con vistas a su posible utilización en una sesión introductoria de educación financiera.

Antes de pasar a utilizar un indicador apropiado, podemos partir de un somero examen de la situación planteada. Así, vemos que el patrimonio inicial de Olga, a 30-6-2018, asciende a 10.000 euros (1.000 acciones x 10 euros). Tras la revalorización registrada, a 30-6-2019, el valor se había duplicado, llegando a 20.000 euros. Finalmente, y después de la caída del 50%, el valor se sitúa de nuevo en 10.000 euros a 30-6-2020.

Por tanto, comprobamos cómo la rentabilidad acumulada en el conjunto de los 2 años es completamente nula. Y cabría concluir que cualquier indicador que nos transmitiera otro resultado sería totalmente inapropiado.

En este sentido lo es la media simple o aritmética, que, según el cálculo reseñado, arroja una tasa anual media del 25%. No parece, pues, que sea muy fiable utilizar la media aritmética para calcular la tasa media de rentabilidad correspondiente a un período plurianual.

---

[1] "El cálculo de la rentabilidad media: la importancia del indicador utilizado", neotiempovivo.blogspot.com, 11 de agosto de 2020.

La media geométrica, un indicador mucho menos utilizado, se muestra bastante más apropiada en determinados contextos[2]. Se define de la siguiente manera: para un conjunto de datos (x_1, x_2, x_3 … n), la media geométrica viene dada por la raíz enésima del producto de tales datos: $\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$. Para el caso en el que haya dos datos: $\sqrt{x_1 x_2}$.

A Evidentemente, surge una complicación importante en presencia de cifras nulas o negativas. En el caso analizado podemos sortearla utilizando las cifras de 2 y 0,5, respectivamente, como representativas de las variaciones indicadas, tomando como referencia el valor inicial de 1. Así, la media geométrica sería igual a: $\sqrt{2\ x\ 0{,}5} - 1 = \sqrt{1} - 1 = 0.$

Ahora bien, para casos más generales, en los que se trata de calcular la tasa anual de variación media a lo largo de un período, es preferible optar directamente por el uso de la tasa anual de crecimiento medio compuesto o acumulativo[3]. A dicha tasa de variación se le denomina asimismo media geométrica[4].

Supongamos que la variable Y tiene un valor inicial igual a "a". Al cabo de un período de "n" años alcanza un valor igual a "b". Este valor "b" vendrá dado por: a x (1 + r_1) x (1 + r_2) x … (1 + r_n), donde r_i es la tasa de variación anual en tanto por uno.

Para hallar la tasa anual de crecimiento medio acumulativo, r_g, hemos de tener en cuenta que: $a(1+r_g)^n = b$, con lo que: $(1+r_g)^n = \frac{b}{a}$; $(1+r_g) = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$; $r_g = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1.$

En el caso planteado inicialmente: $r_g = \sqrt[2]{\frac{10.000}{10.000}} - 1 = 1 - 1 = 0.$

En la tabla 1 se recoge un ejemplo más general, con datos de la evolución anual del valor de unos activos a lo largo de un período de 10 años.

La media aritmética de las tasas anuales presenta un valor de -1,8%, que infravalora claramente la evolución real. El valor de los activos ha pasado de 100 a 76,8, siguiendo la secuencia recogida en la tercera columna. El valor registra una caída acumulada del 23,2% al cabo de los 10 años. Si esa caída se calculara sobre el valor inicial constante, representaría una disminución lineal del 2,32%. Sin embargo, en promedio anual, la tasa se aplica sobre una cuantía cada vez más pequeña, lo que, en tal caso, requeriría de una mayor tasa anual media.

Para determinarla sin acudir a una función de una hoja de cálculo, podemos utilizar una calculadora básica[5]:

100 x $(1+r_g)^{10}$ = 76,8; $(1+r_g)^{10} = \frac{76{,}8}{100}$; $(1+r_g) = \sqrt[10]{\frac{76{,}8}{100}} = 0{,}768^{\frac{1}{10}} = 0{,}768^{0{,}1} = 0{,}974$; $r_g = 0{,}974 - 1 = -0{,}0261 = -2{,}61\%.$

---

[2] Vid. "El cálculo de la rentabilidad media: media aritmética vs geométrica", neotiempovivo.blogspot.com, 18 de agosto de 2020.

[3] Al igual que ocurre cuando se hace referencia al PIB, se prejuzga que ha de haber un crecimiento, cuando en la práctica puede darse una disminución. Sería más neutro, por tanto, hablar de variación.

[4] Vid. P. Newbold, William L. Carlson y B. M. Thorne, "Estadística para administración y economía", 8ª edición, Pearson, 2013, págs. 47-48.

[5] Con carácter general, la tasa anual de crecimiento medio acumulativo (tacma) se obtiene de la siguiente forma: i) se divide el valor final por el valor inicial; ii) el resultado obtenido se eleva a un exponente igual a 1 dividido por el número de años del período considerado; iii) se resta 1 al número obtenido según ii). Así, partiendo de que $a\ (1+r_g)^n = b$; tacma = $r_g = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n}}$-1.

Alternativamente, podemos recurrir, también con el auxilio de una calculadora básica, al uso de logaritmos[6].

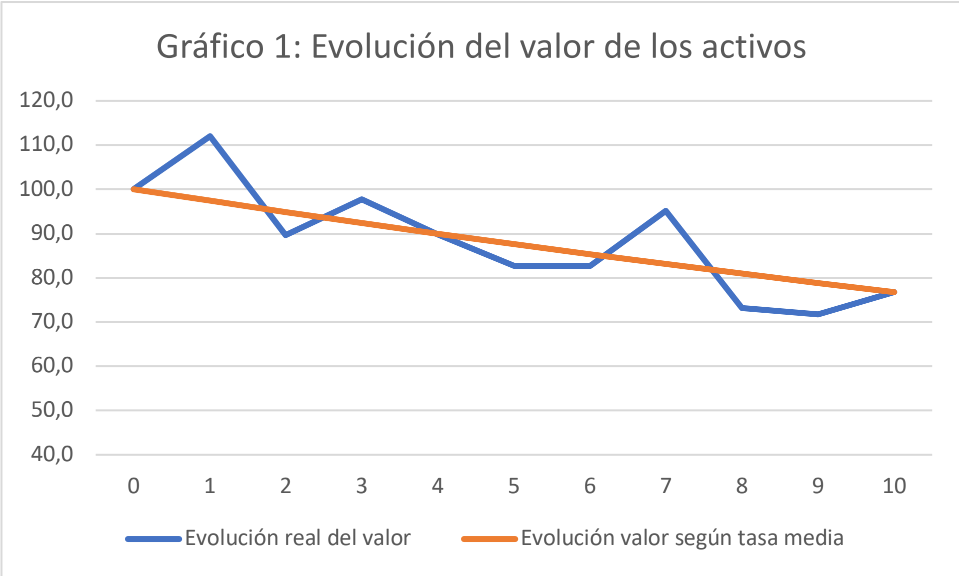
Tabla 1

Años	Tasas variación anual (%)	Evolución real del valor	Evolución valor según tasa media
0	-	100,0	100,0
1	12	112,0	97,4
2	-20	89,6	94,8
3	9	97,7	92,4
4	-8	89,9	90,0
5	-8	82,7	87,6
6	0	82,7	85,3
7	15	95,1	83,1
8	-23	73,2	80,9
9	-2	71,7	78,8
10	7	76,8	76,8

El gráfico 1 refleja la evolución anual real del valor, y también la evolución anual "ficticia" derivada de la tasa media del período, que, como tal, se mantiene constante a lo largo de éste[7].

[6] Recordamos que: 100 x $(1+r_g)^{10}$ = 76,8; $(1+r_g)^{10}$ = 76,8/100 = 0,768; 10 x ln (1 + r_g) = ln 0,768; ln (1 + r_g) = (ln 0,768)/10 = -0,0264; $e^{-0,0264} = 1 + r_g; 0,974 = 1 + r_g$; r_g = 0,974 -1 = -0,0261 = -2,61%.

[7] Con independencia de la evolución real, la tasa media negativa se va aplicando sobre una base cada vez menor.



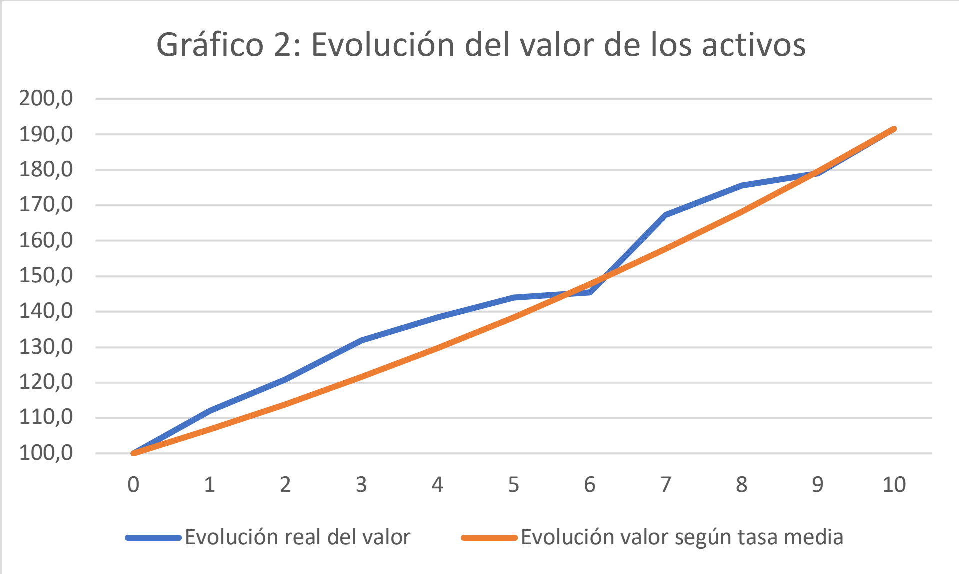
En la tabla 2 se recoge otro ejemplo, con variaciones positivas en todos los años considerados. La media aritmética es del 6,80%, y la tasa media acumulativa, del 6,72%[8].

Tabla 2

Años	Tasas variación anual (%)	Evolución real del valor	Evolución valor según tasa media
0	-	100,0	100,0
1	12	112,0	106,7
2	8	121,0	113,9
3	9	131,8	121,5
4	5	138,4	129,7
5	4	144,0	138,4
6	1	145,4	147,7
7	15	167,2	157,7
8	5	175,6	168,3
9	2	179,1	179,6
10	7	191,6	191,6

[8] La tasa media positiva se aplica sobre una base cada vez mayor.

La representación gráfica de la evolución del valor aparece en el gráfico 2.



Finalmente, se examina un caso en el que, aunque hay algunas disminuciones anuales durante el período, el valor final supera el inicial (tabla 3 y gráfico 3). La media aritmética es del 1,10%, y la tasa media acumulativa, del 0,55%[9]. Con esta última, prevalece el efecto del incremento en el conjunto del período.

Tabla 3

Años	Tasas variación anual (%)	Evolución real del valor	Evolución valor según tasa media
0	-	100,0	100,0
1	12	112,0	100,6
2	-20	89,6	101,1
3	9	97,7	101,7
4	-8	89,9	102,2
5	-8	82,7	102,8
6	0	82,7	103,4
7	15	95,1	103,9
8	6	100,8	104,5
9	-2	98,8	105,1

[9] La tasa media positiva se aplica sobre una base cada vez mayor.

10	7	105,7	105,7